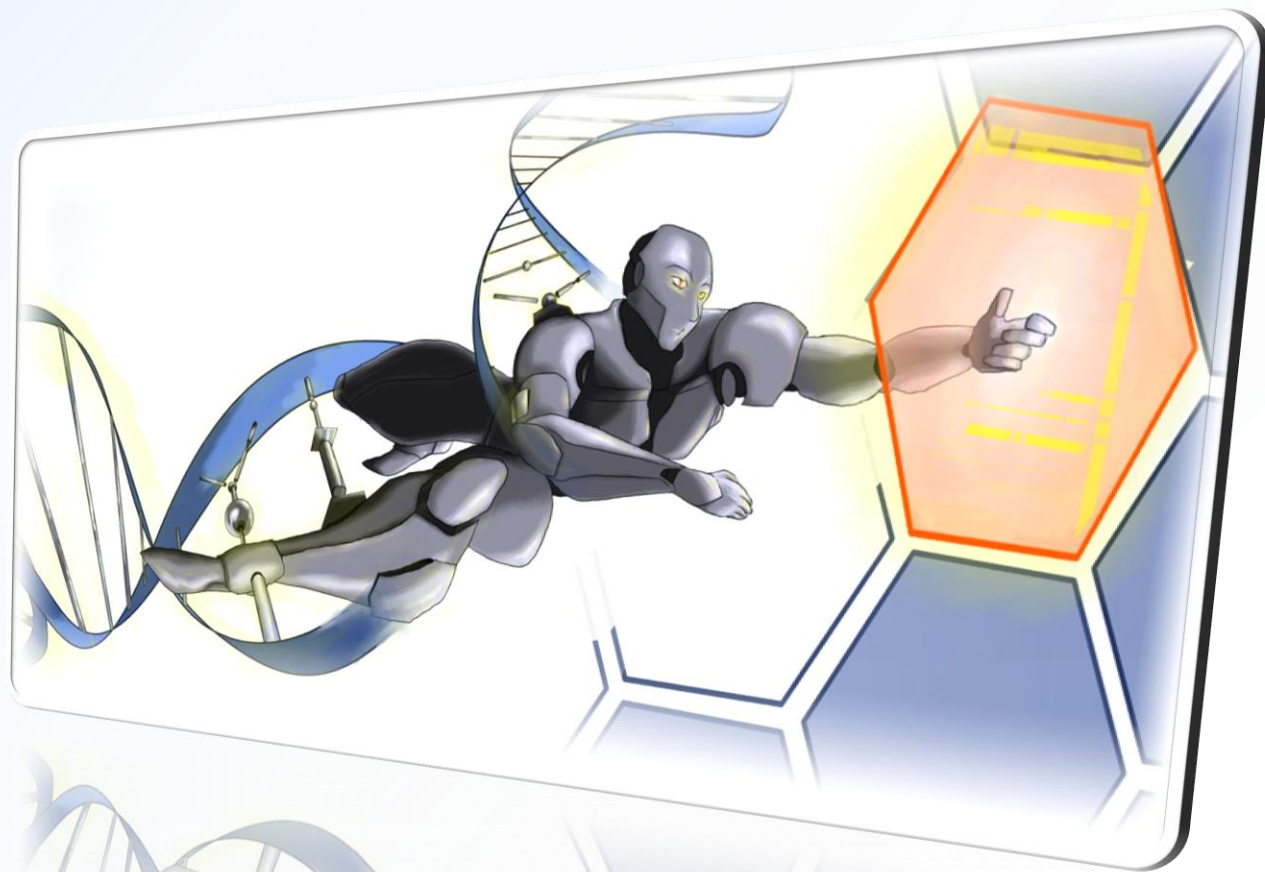


C
O
M
P
U
T
A
C
I
Ó
N



E
V
O
L
U
T
I
V
A

José María Font Fernández

jm.font@upm.es

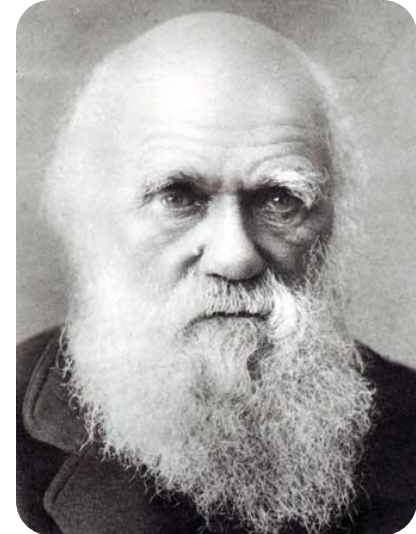
Tutorías: 10:00 a 14:00 de lunes a viernes en el L-3101. (Solicitud mediante email)

<http://dl.dropbox.com/u/1074349/ComputacionEvolutiva.pdf>

COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

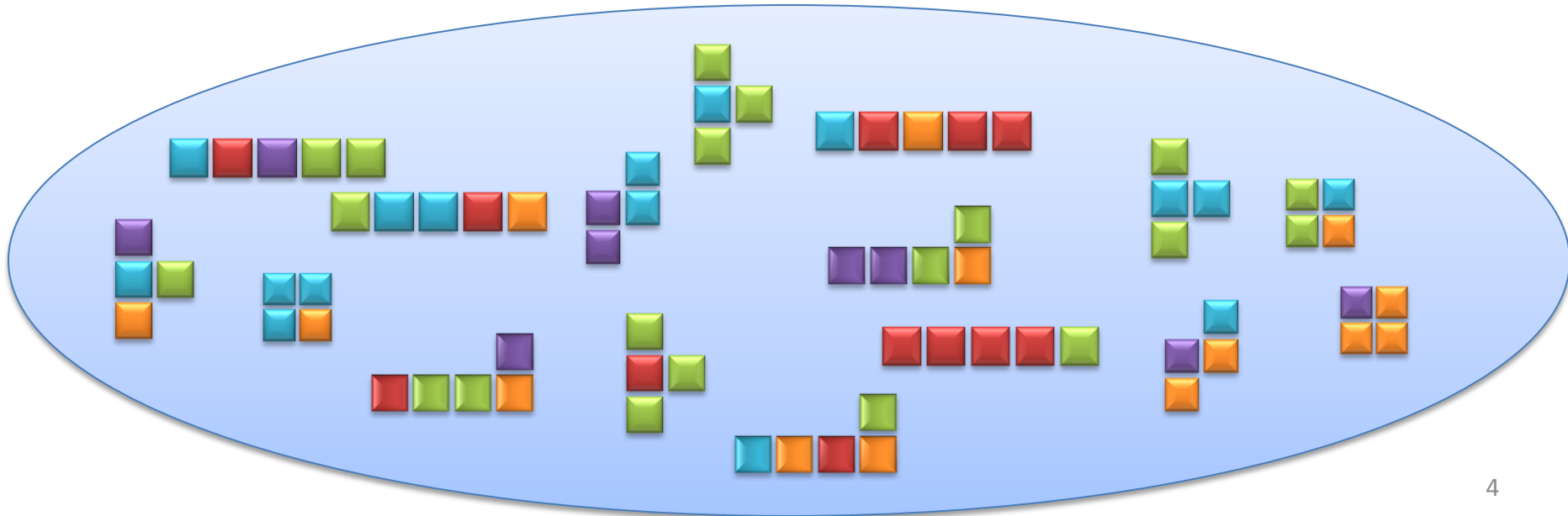
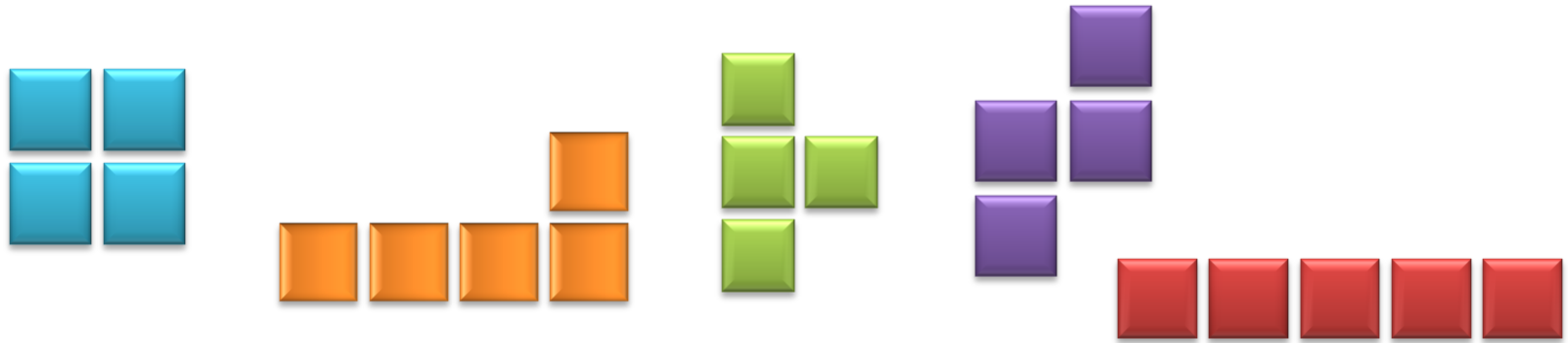
- La Computación Evolutiva (CE) simula los procesos evolutivos existentes en la naturaleza mediante un modelo computacional.
- La CE toma como inspiración la teoría de la evolución y selección natural de las especies de Charles Darwin.

*A esta **conservación** de las diferencias y variaciones individualmente favorables y la **destrucción** de las que son perjudiciales la he llamado yo selección natural o supervivencia de los más adecuados.*



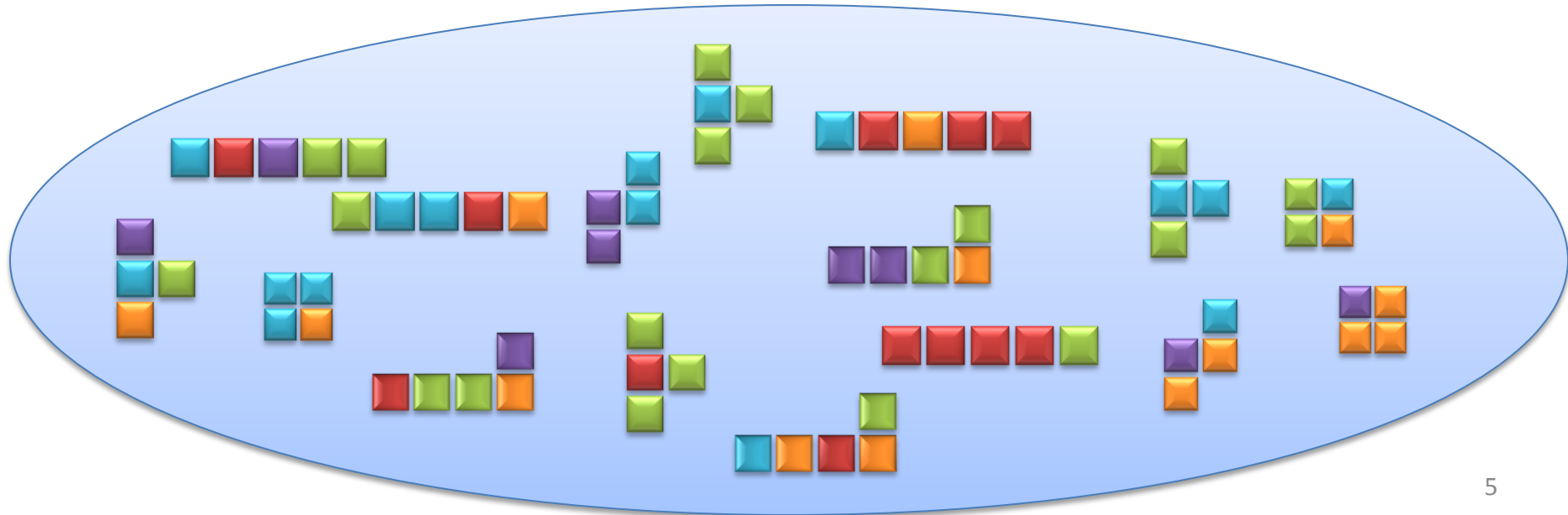
COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Un Algoritmo Evolutivo (AE) es un método heurístico de búsqueda y optimización de soluciones.
- ¿Qué es un problema de búsqueda de soluciones?



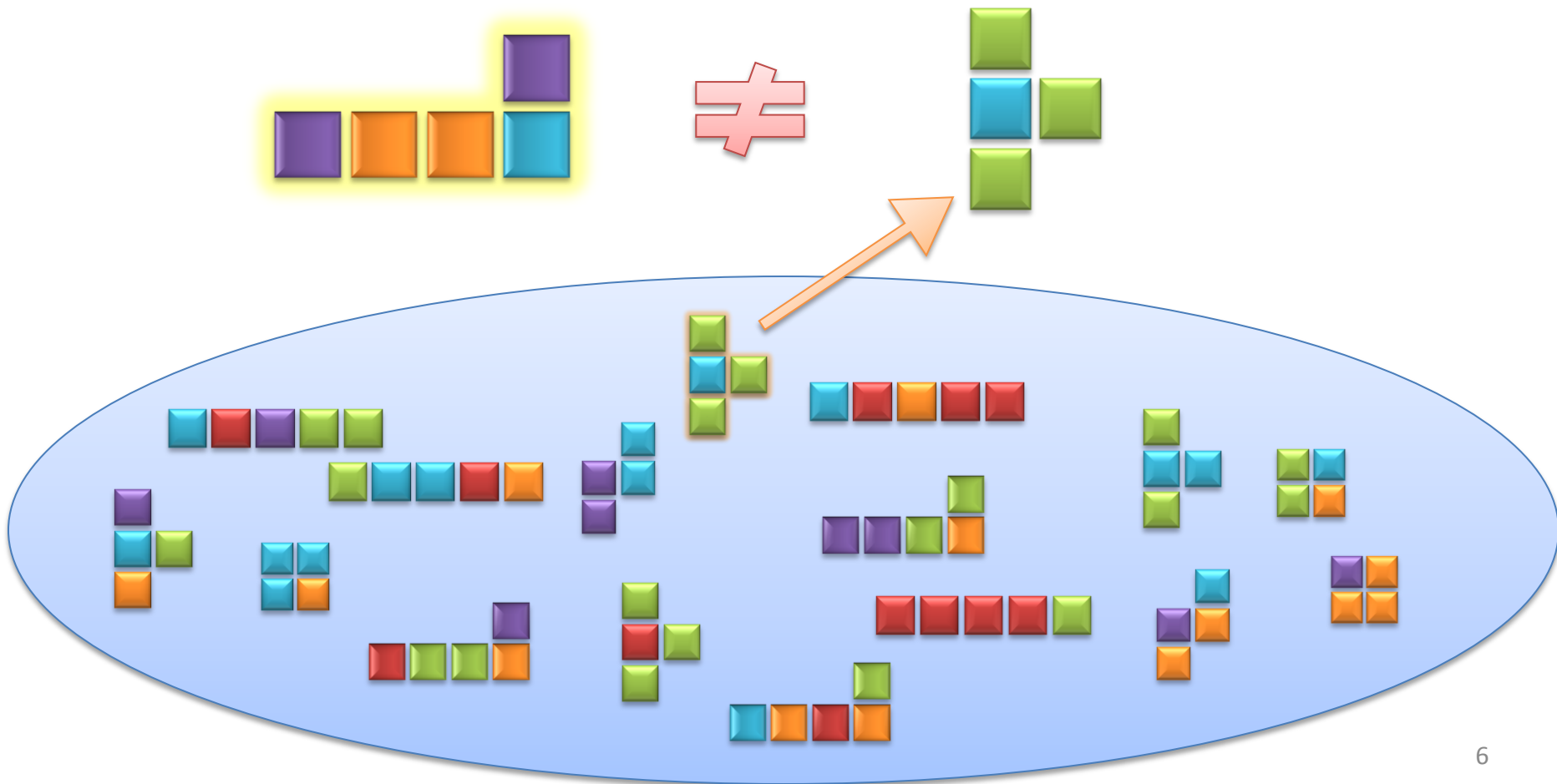
COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Un Algoritmo Evolutivo (AE) es un método heurístico de búsqueda y optimización de soluciones.
- ¿Qué es un problema de búsqueda de soluciones?



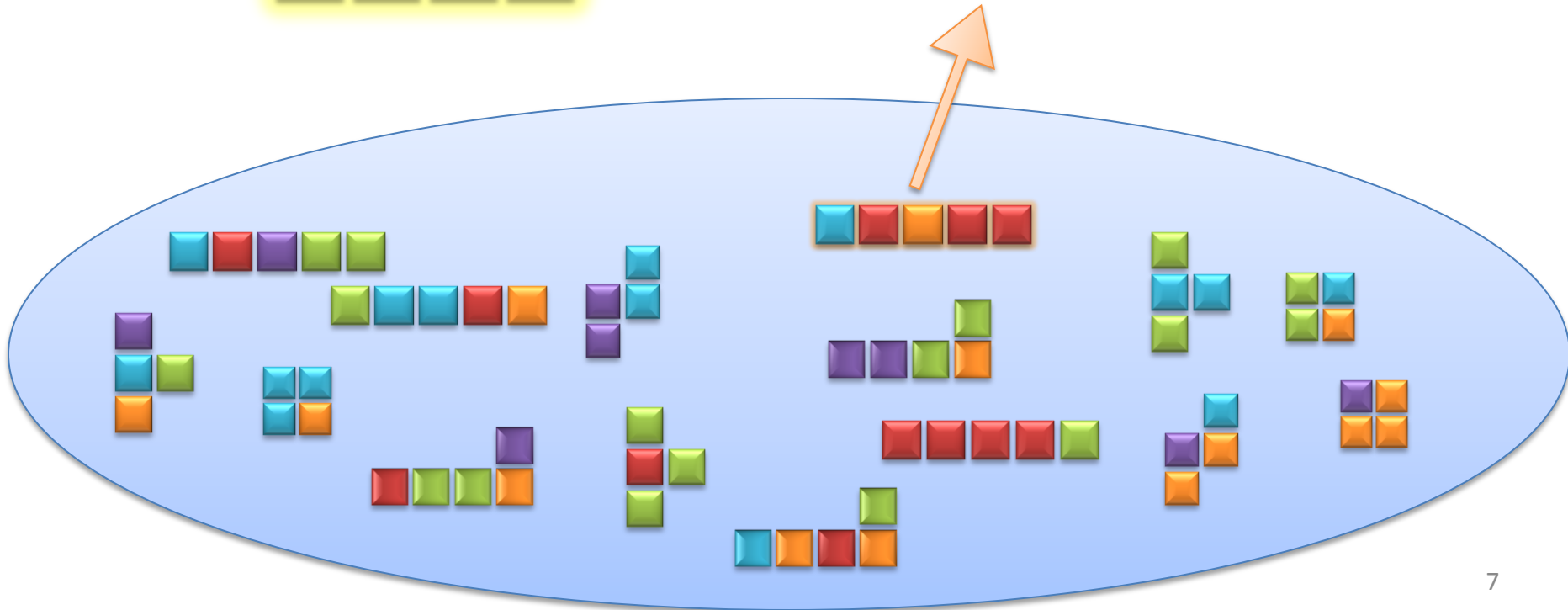
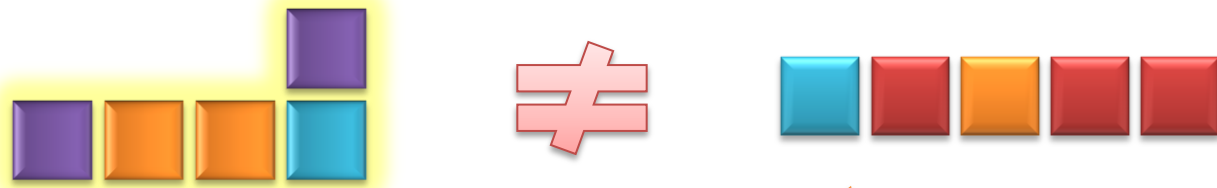
COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Un Algoritmo Evolutivo (AE) es un método heurístico de búsqueda y optimización de soluciones.
- ¿Qué es un problema de búsqueda de soluciones?



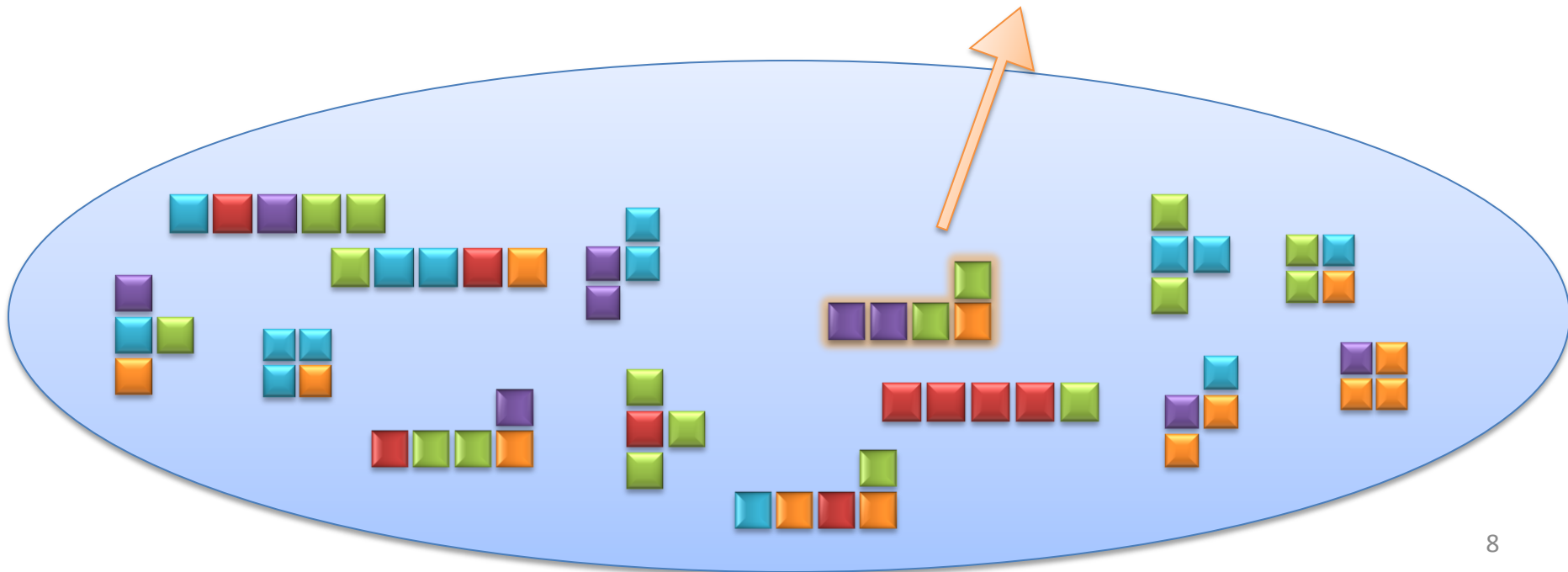
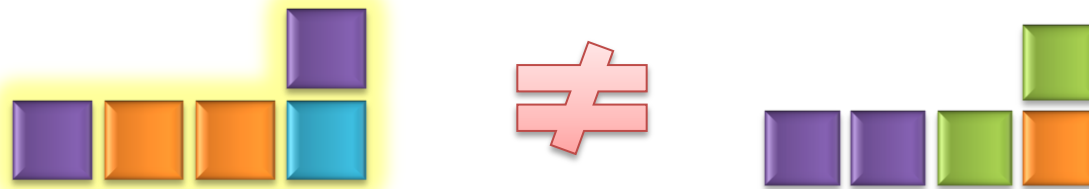
COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Un Algoritmo Evolutivo (AE) es un método heurístico de búsqueda y optimización de soluciones.
- ¿Qué es un problema de búsqueda de soluciones?



COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

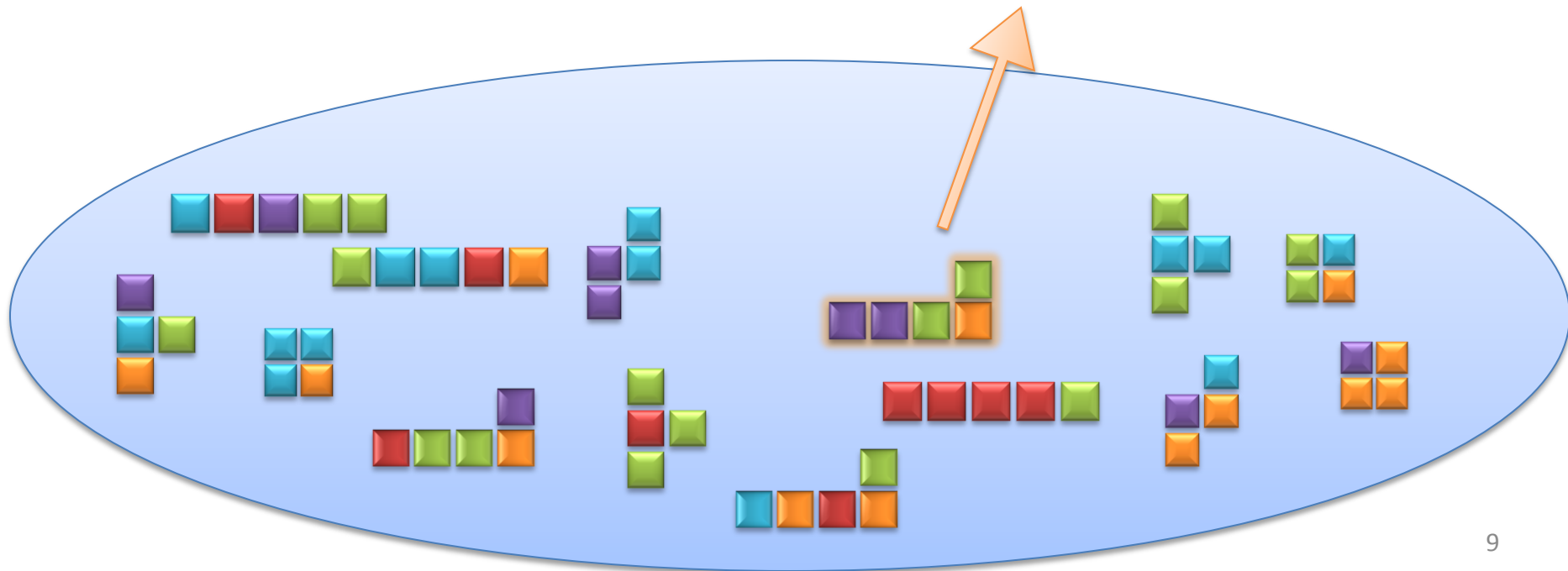
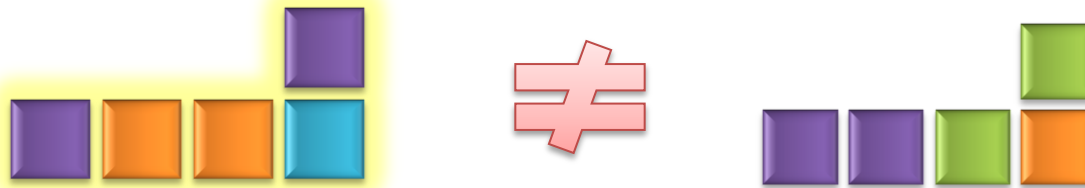
- Un Algoritmo Evolutivo (AE) es un método heurístico de búsqueda y optimización de soluciones.
- ¿Qué es un problema de búsqueda de soluciones?



COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

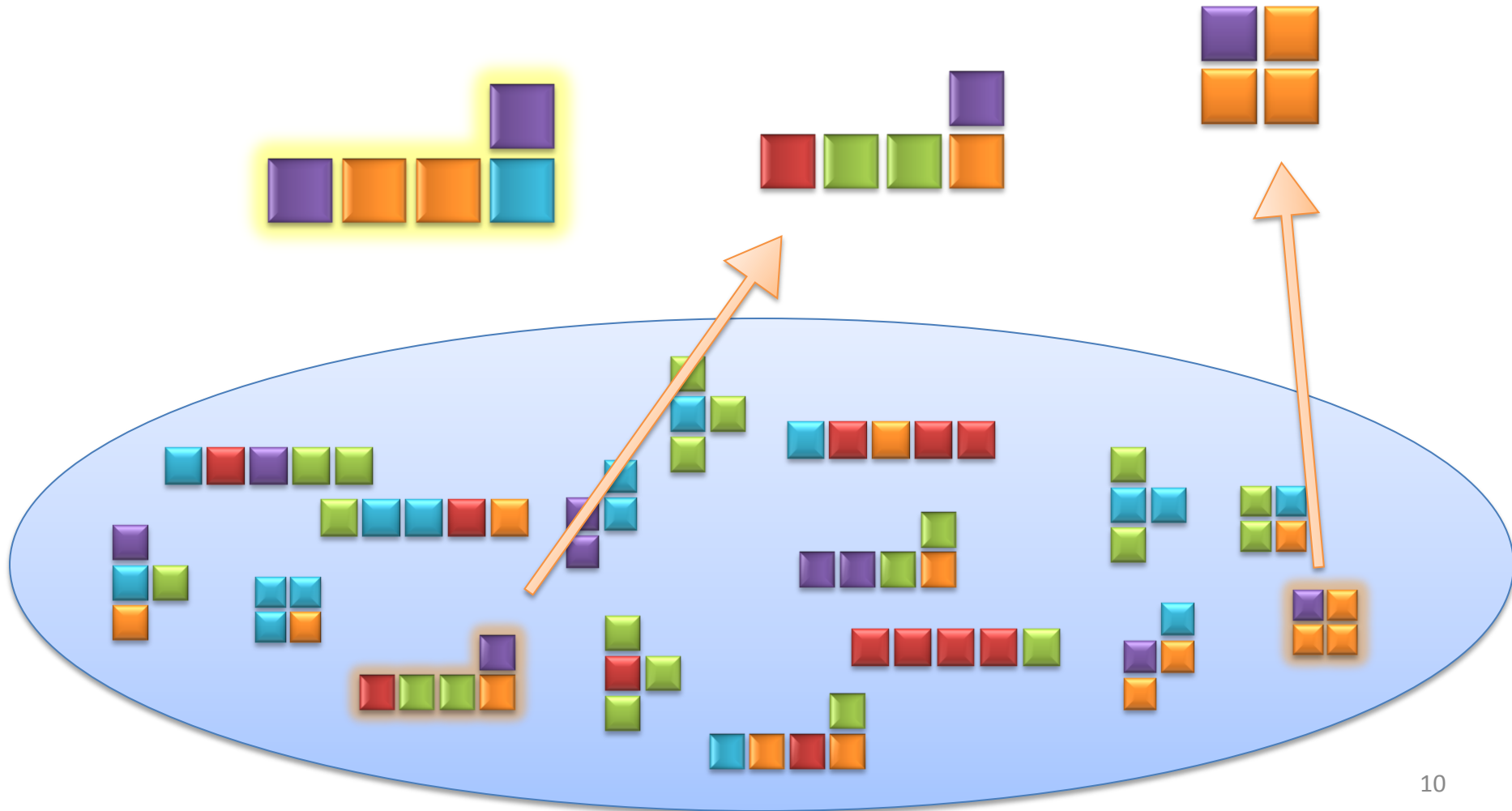
- Un Algoritmo Evolutivo (AE) es un método heurístico de búsqueda y optimización de soluciones.
- ¿Qué es un problema de búsqueda de soluciones?

FUERZA BRUTA



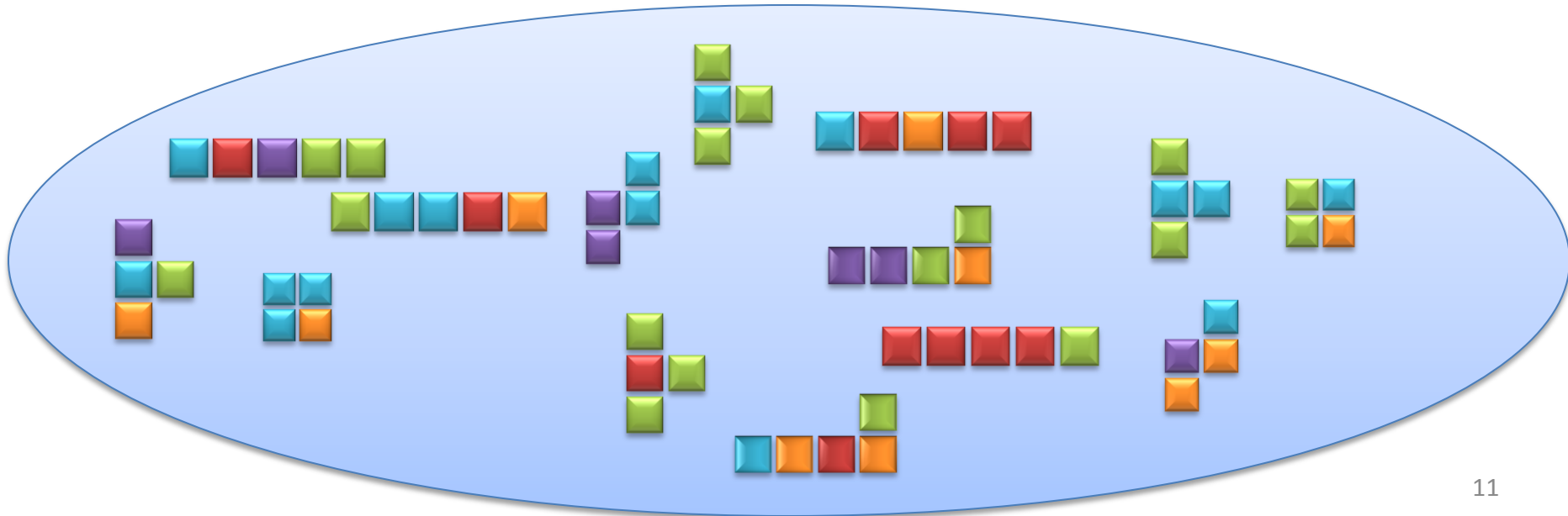
COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Un Algoritmo Evolutivo (AE) es un método heurístico de búsqueda y optimización de soluciones.
- ¿Qué es un problema de búsqueda de soluciones?



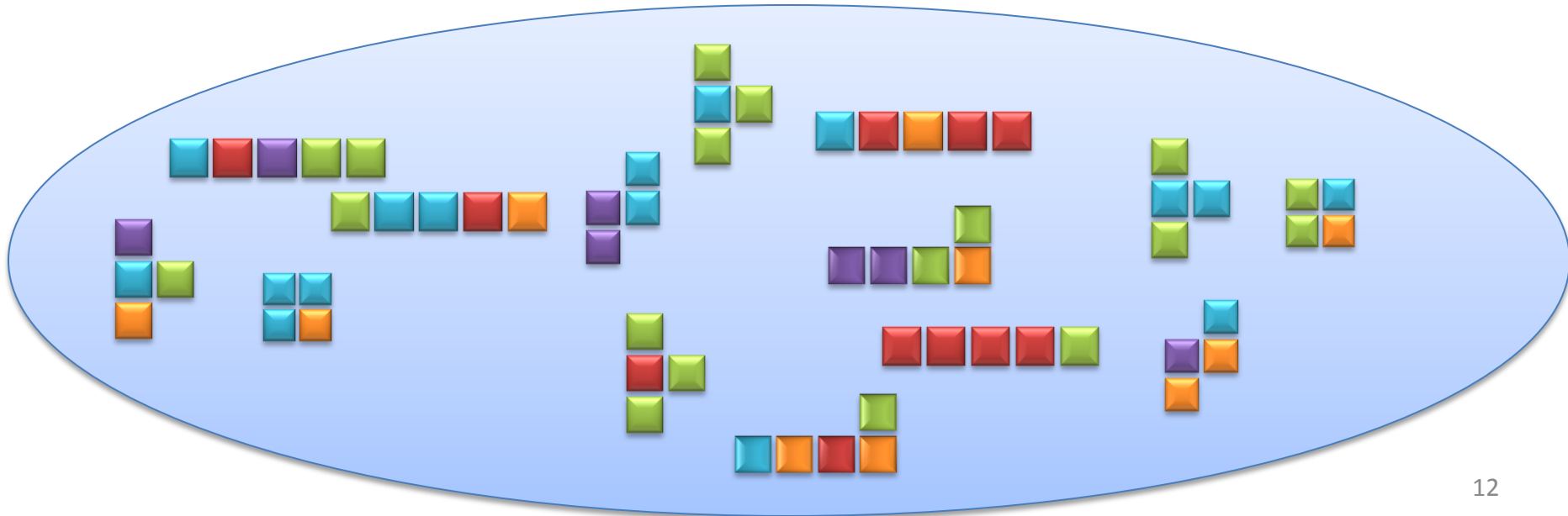
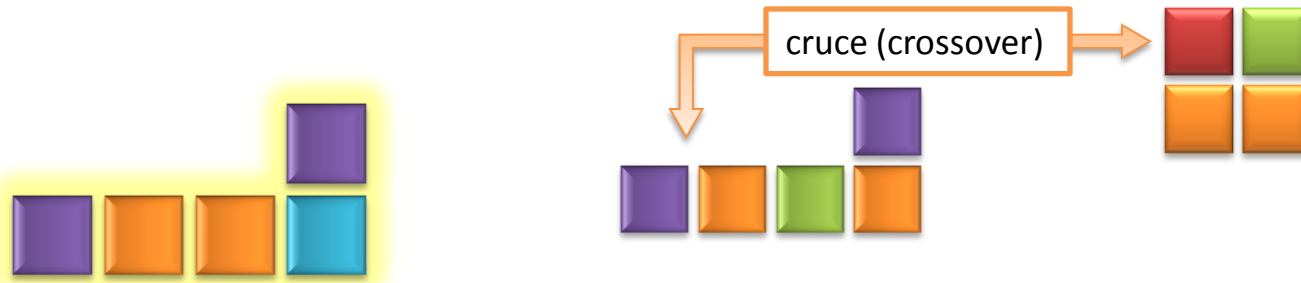
COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Un Algoritmo Evolutivo (AE) es un método heurístico de búsqueda y optimización de soluciones.
- ¿Qué es un problema de búsqueda de soluciones?



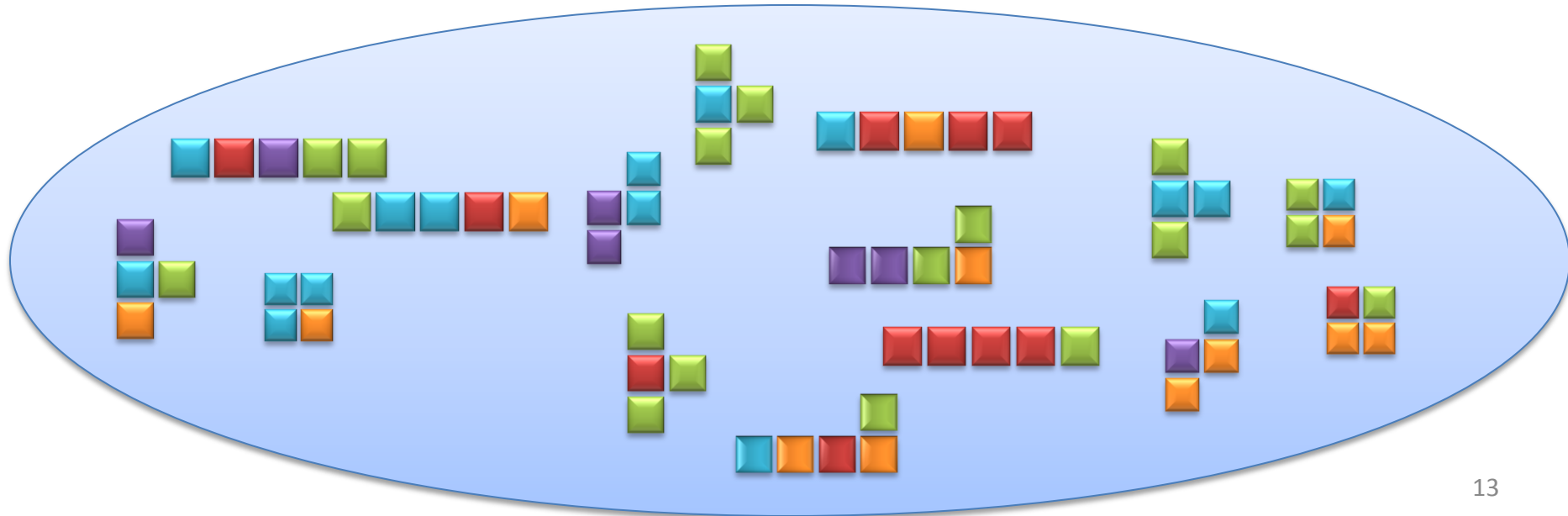
COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Un Algoritmo Evolutivo (AE) es un método heurístico de búsqueda y optimización de soluciones.
- ¿Qué es un problema de búsqueda de soluciones?



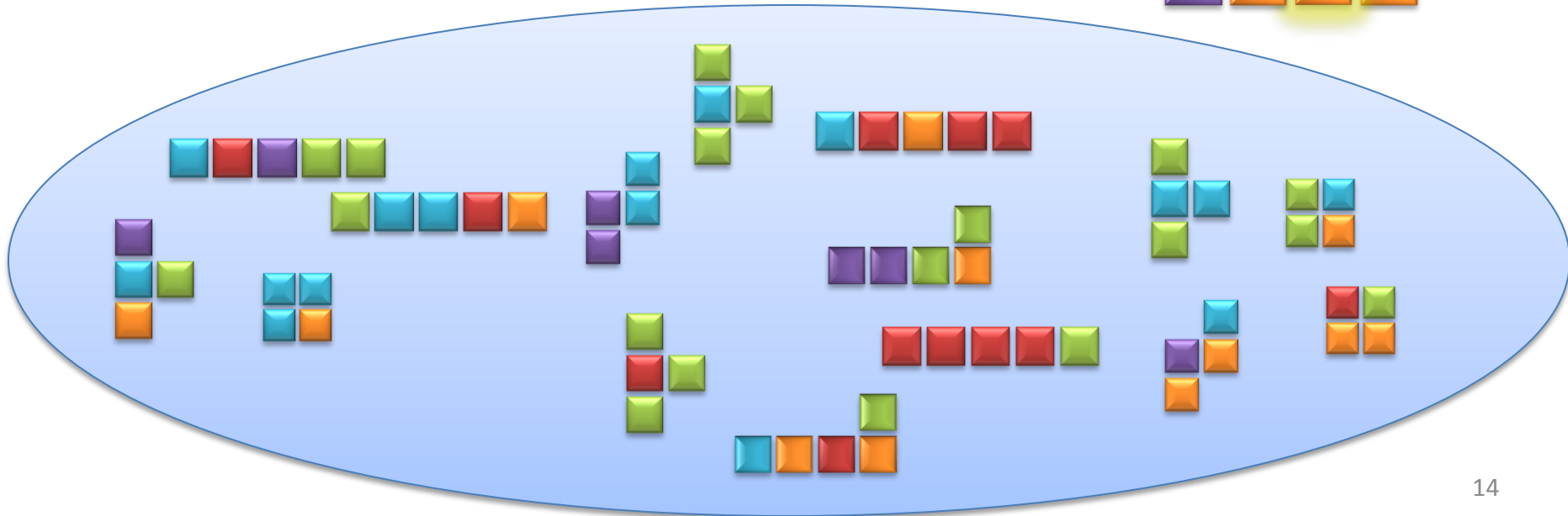
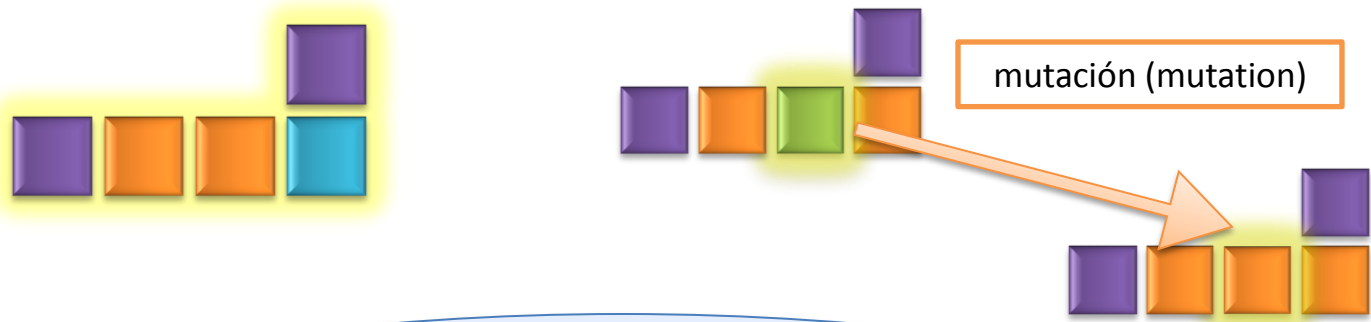
COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Un Algoritmo Evolutivo (AE) es un método heurístico de búsqueda y optimización de soluciones.
- ¿Qué es un problema de búsqueda de soluciones?



COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

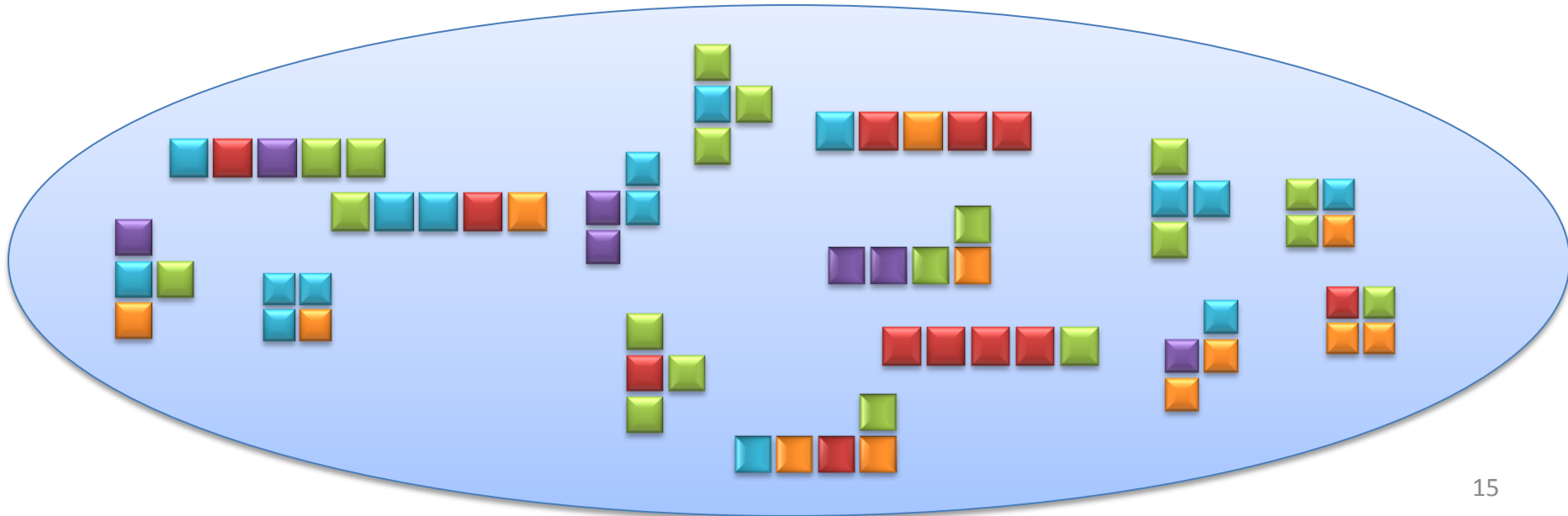
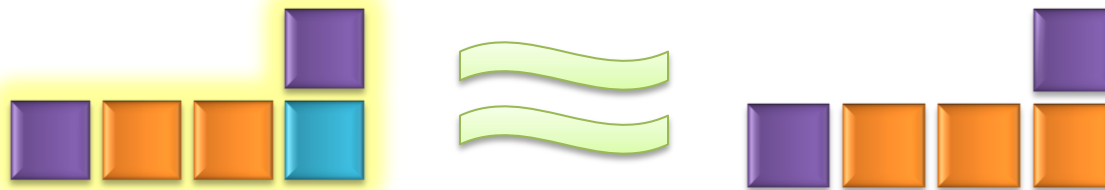
- Un Algoritmo Evolutivo (AE) es un método heurístico de búsqueda y optimización de soluciones.
- ¿Qué es un problema de búsqueda de soluciones?



COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Un Algoritmo Evolutivo (AE) es un método heurístico de búsqueda y optimización de soluciones.

ALGORITMO EVOLUTIVO



COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Componentes esenciales de un AE:

Población de
individuos

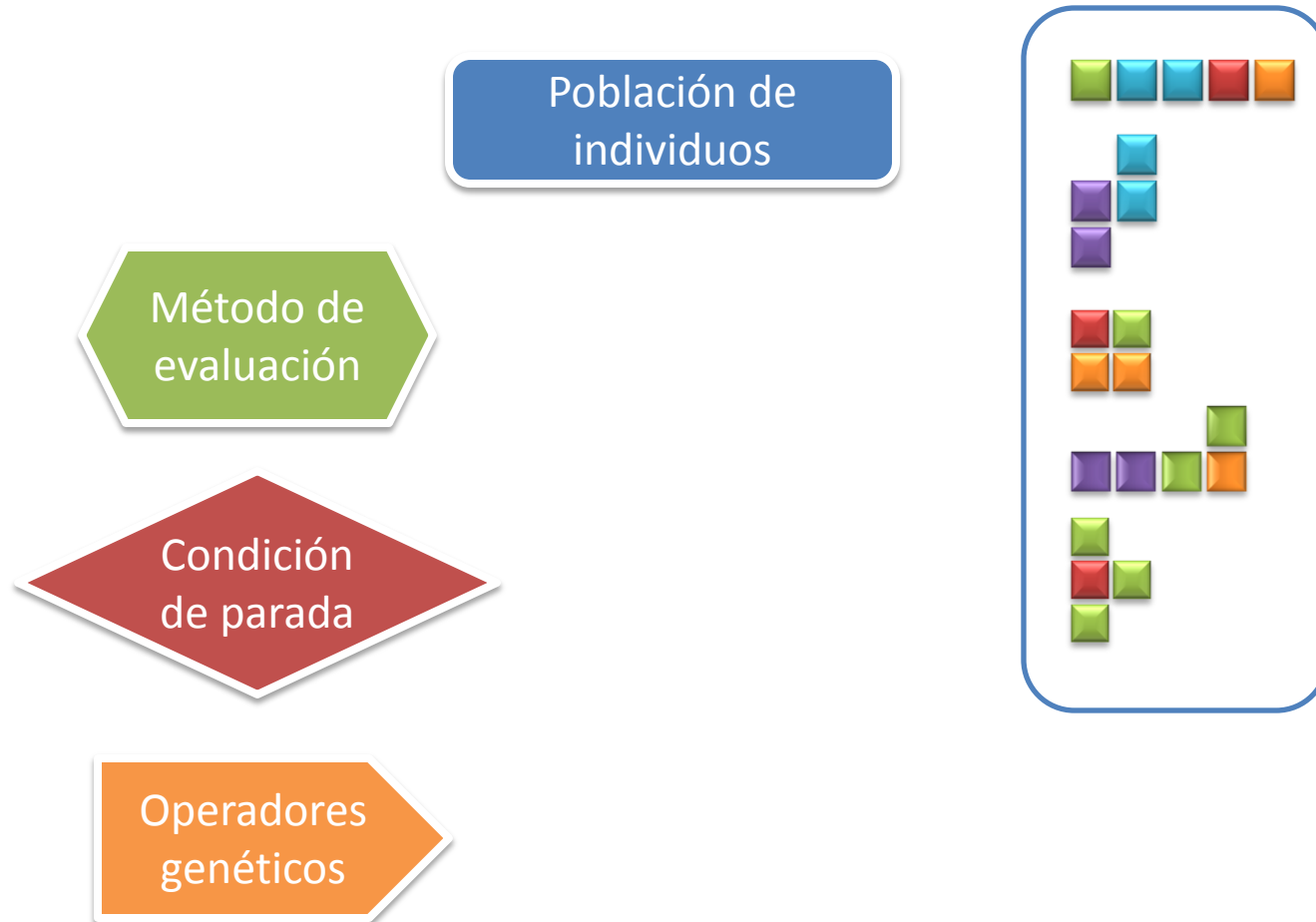
Método de
evaluación

Condición
de parada

Operadores
genéticos

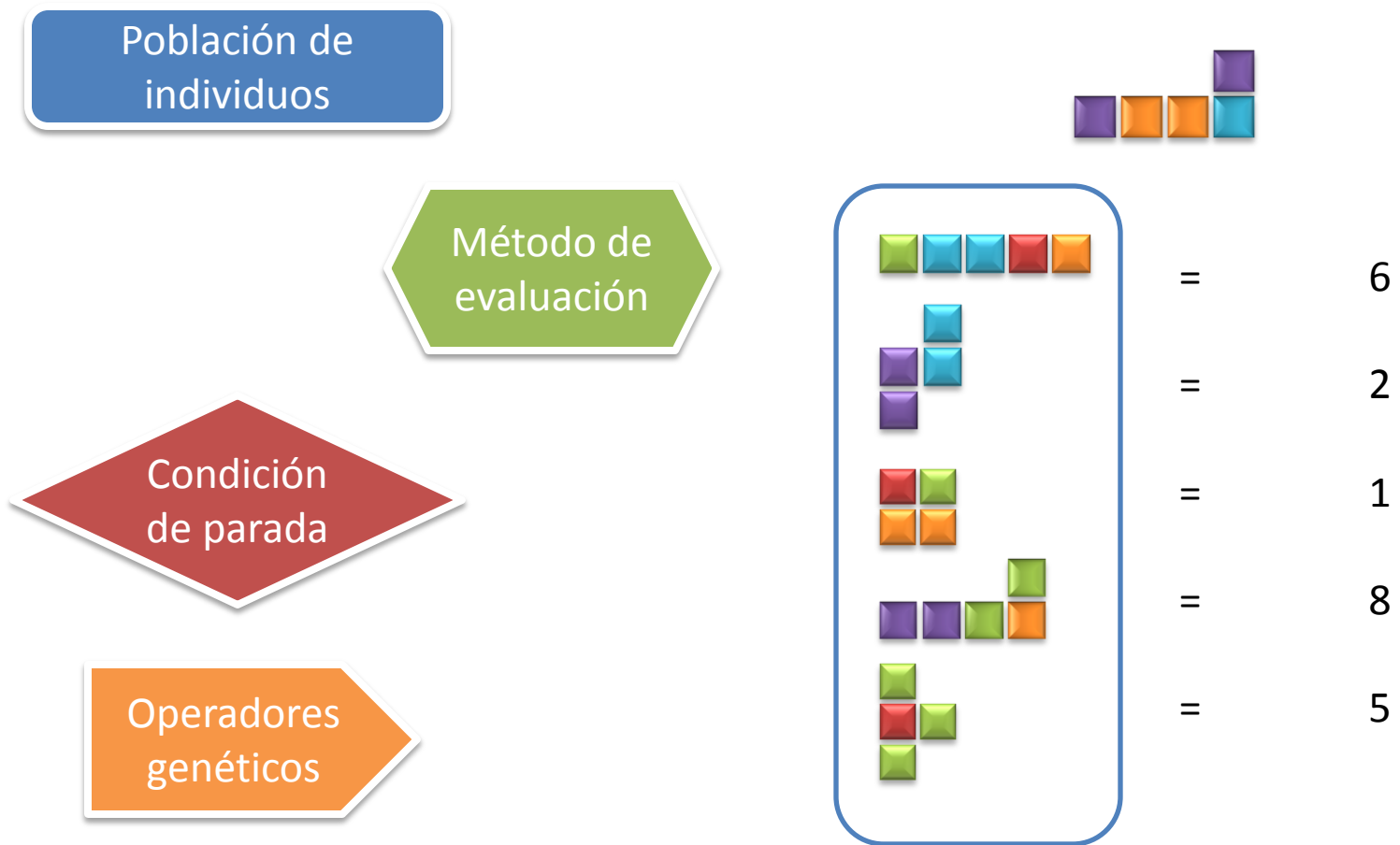
COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Componentes esenciales de un AE:



COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Componentes esenciales de un AE:



COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Componentes esenciales de un AE:

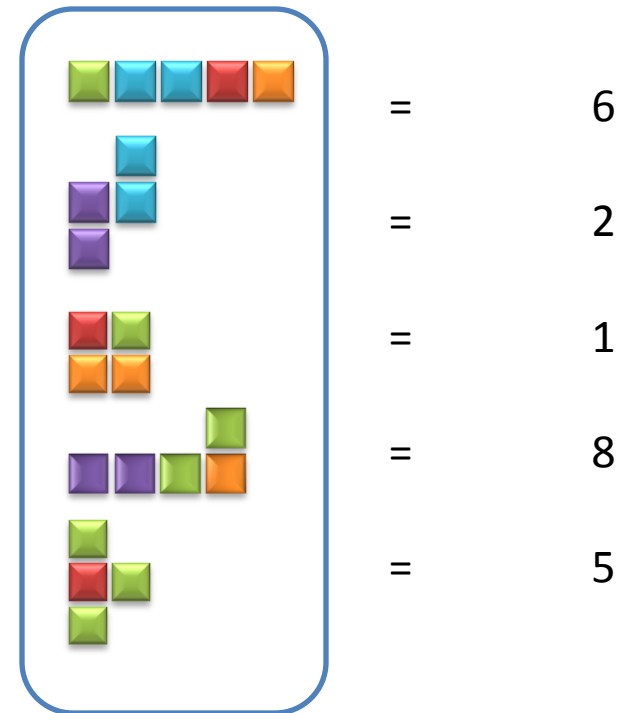
Población de individuos

Método de evaluación

Condición de parada

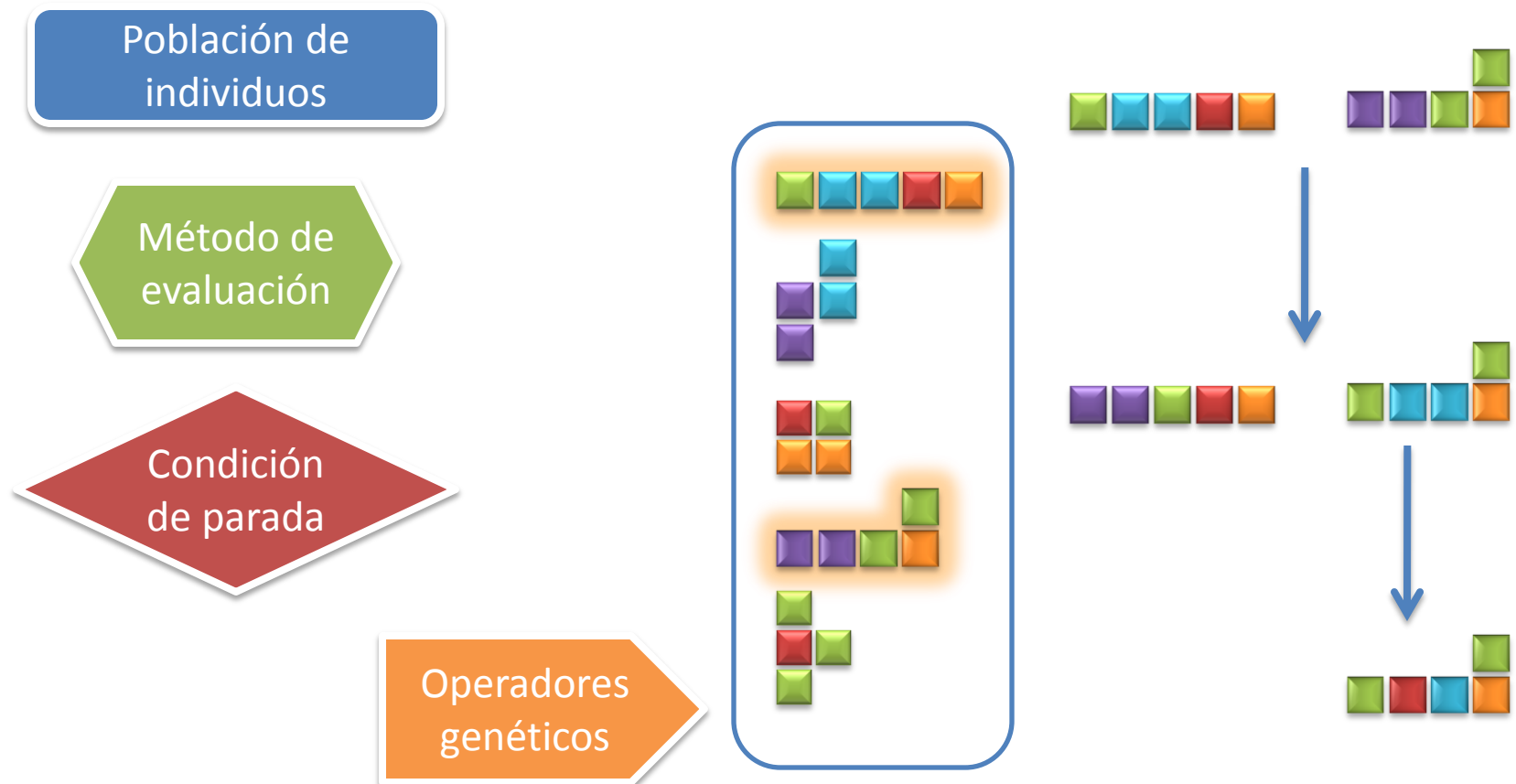
Operadores genéticos

¿10?



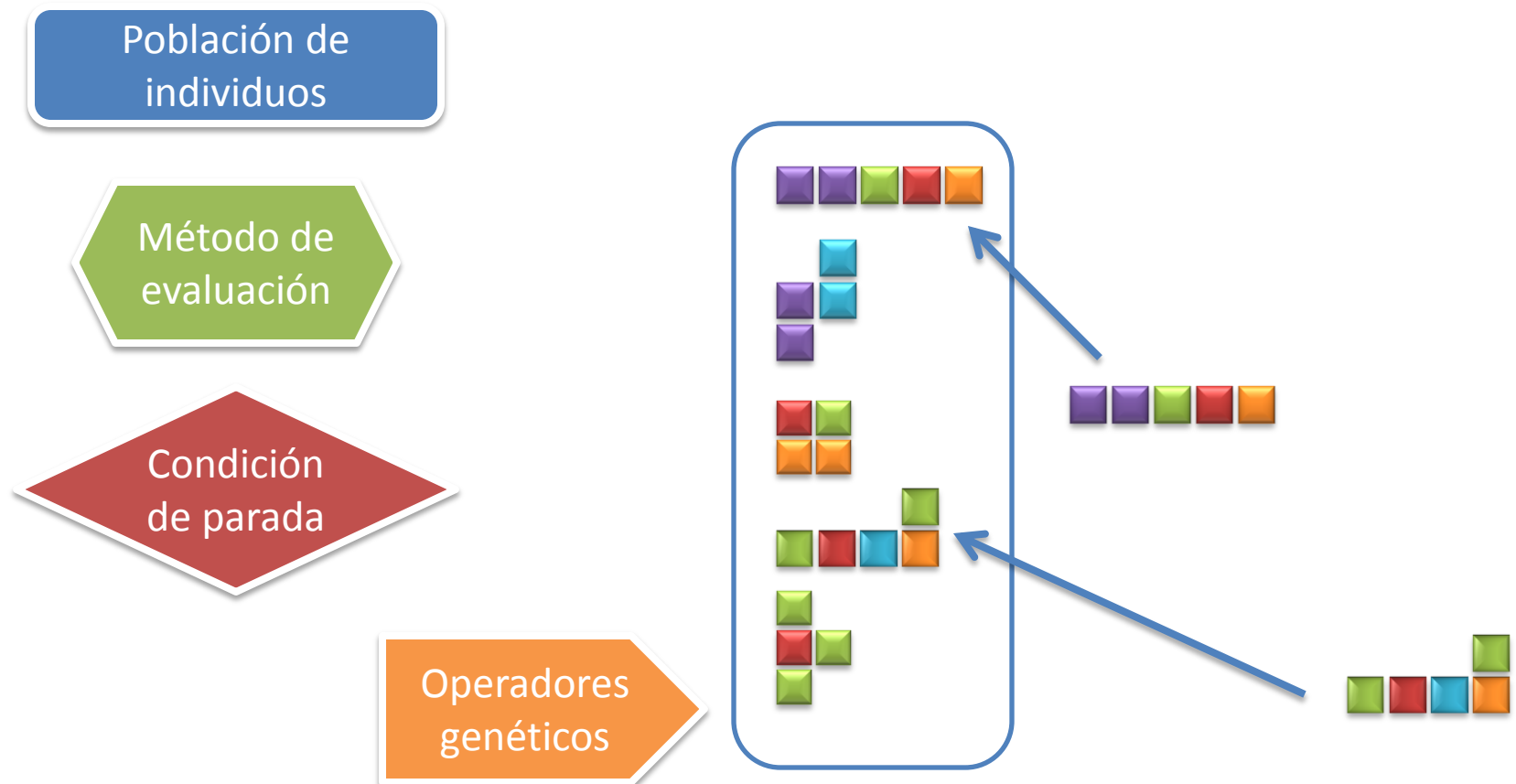
COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Componentes esenciales de un AE:



COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Componentes esenciales de un AE:



COMPUTACIÓN EVOLUTIVA

- Componentes esenciales de un AE:



- Dependiendo de la implementación que se haga de estos componentes, se obtiene un paradigma diferente de Computación Evolutiva:
 - Algoritmos Genéticos (John Holland).
 - Programación Genética (Lawrence Fogel, John Koza).
 - Estrategias Evolutivas (Ingo Rechenberg).

- Características:
 - Codifica los individuos como una cadena de valores (vector).
 - Los individuos tienen un tamaño fijo.
 - La población acoge a un número fijo de individuos.
 - La población inicial se genera aleatoriamente.
 - Los operadores genéticos más usados son:
 - Selección.
 - Cruce.
 - Mutación.
 - Reemplazo.

- Codificación de individuos:
 - El tipo de codificación elegido es absolutamente dependiente del problema que se desea resolver.
 - Un individuo de la población es representado mediante una dualidad genotipo – fenotipo.
 - El genotipo de un individuo es un vector formado por genes. Estos genes pueden ser números binarios o números reales.
 - El fenotipo de un individuo es la expresión de su genotipo en un medio determinado. Es la verdadera forma del individuo.

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Codificación de individuos:

- Problema a resolver: $(x*y) - z = 25;$

- Variables a codificar: $x \qquad y \qquad z$

- Codificación con genes reales:

Genotipo	Fenotipo
[A, B, C]	$(x*y) - z$
[2, 5, 1]	$(2*5) - 1$
[10, 3, 3]	$(10*3) - 3$

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Codificación de individuos:

- Problema a resolver: $(x*y) - z = 25;$

- Variables a codificar: $x \qquad y \qquad z$

- Codificación con genes binarios:

Genotipo	Fenotipo
$[bbbb, bbbb, bbbb]; b = \{0, 1\}$	$(x*y) - z$
$[0010, 0101, 0001]$	$(2*5) - 1$
$[1010, 0011, 0011]$	$(10*3) - 3$

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Codificación de individuos:

- Problema a resolver:



- Variables a codificar:

- Codificación con genes reales:

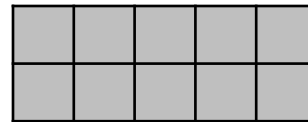
ALGORITMOS GENÉTICOS

- Codificación de individuos:

- Problema a resolver:



- Variables a codificar:



,

COLOR

- Codificación con genes reales:

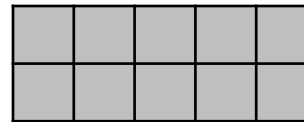
ALGORITMOS GENÉTICOS

○ Codificación de individuos:

○ Problema a resolver:



○ Variables a codificar:



, COLOR

○ Codificación con genes reales:

Genotipo	Fenotipo
<p>[A, B, C, D, E, F, G, H, I, J]</p> <p>1 2 3 4 5</p> <p>0</p>	
<p>[0, 0, 1, 0, 0, 0, 2, 4, 3, 0]</p>	
<p>[0, 0, 0, 4, 0, 1, 2, 3, 5, 0]</p>	

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Método de evaluación:
 - El genotipo de cada individuo se descodifica en su fenotipo correspondiente.
 - El método de evaluación asigna una puntuación al individuo, que refleja la bondad del fenotipo como solución al problema que se desea resolver.
 - Esa puntuación se denomina grado de adaptación o FITNESS.

$$(x*y) - z = 25;$$

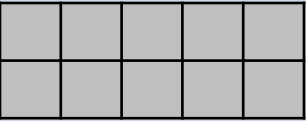
Genotipo	Fenotipo	Solución proporcionada	Fitness
[A, B, C]	$(x*y) - z$	$(x*y) - z = \text{resultado}$	$ 25 - \text{resultado} $
[2, 5, 1]	$(2*5) - 1$	9	16
[10, 3, 3]	$(10*3) - 3$	27	2
[6, 5, 5]	$(6*5) - 5$	25	0

ALGORITMOS GENÉTICOS

○ Método de evaluación:



[0, 0, 0, 4, 0, 1, 2, 3, 5, 0]

Genotipo	Fenotipo	Fitness
[A, B, C, D, E, F, G, H, I, J]		

ALGORITMOS GENÉTICOS

○ Método de evaluación:



[0, 0, 0, 4, 0, 1, 2, 3, 5, 0]

Genotipo	Fenotipo	Fitness
[A, B, C, D, E, F, G, H, I, J]		
[0, 0, 1, 0, 0, 0, 2, 4, 3, 0]		$ 0-0 + 0-0 + 1-0 + 0-4 + 0-0 + 0-1 + 2-2 + 4-3 + 3-5 + 0-0 =$ $0+0+1+4+0+1+0+1+0+1+2+0 = 9$
[0, 0, 0, 4, 0, 1, 2, 3, 5, 0]		0

- Selección de individuos para el cruce:
 - Hay muchos criterios para la elección de progenitores.
 - Por lo general se atiende al fitness del individuo para determinar la probabilidad de que sea elegido como progenitor.
 - La selección de progenitores condiciona enormemente la dirección del proceso evolutivo.

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Selección de individuos para el cruce:

- Selección por ranking:

- Los individuos se ordenan en una lista atendiendo a su fitness.

- La probabilidad de que un individuo sea elegido para el cruce es mayor cuanto mejor sea su posición en dicha lista.

- $p_i = q * (1 - q)^{\text{rank}(i)-1}$; $q = 0,75$

Genotipo	Fitness	p_i
[10, 3, 3]	2	0,75
[4, 12, 8]	5	0,1875
[2, 5, 1]	16	0,046875
[8, 1, 5]	22	0,011719
[2, 25, 0]	25	0,002929

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Selección de individuos para el cruce:
 - Selección por torneo:
 - Se selecciona al azar a n individuos de la población.
 - De esos n individuos, se selecciona como progenitor al de mayor fitness.
 - Se repite la operación hasta alcanzar el número de progenitores deseado.

Genotipo	Fitness
[10, 3, 3]	2
[4, 12, 8]	5
[2, 5, 1]	16
[8, 1, 5]	22
[2, 25, 0]	25

Genotipo	Fitness
[8, 1, 5]	22
[2, 5, 1]	16

Genotipo	Fitness
[10, 3, 3]	2
[2, 25, 0]	25

[2, 5, 1]	16
-----------	----

[10, 3, 3]	2
------------	---

ALGORITMOS GENÉTICOS

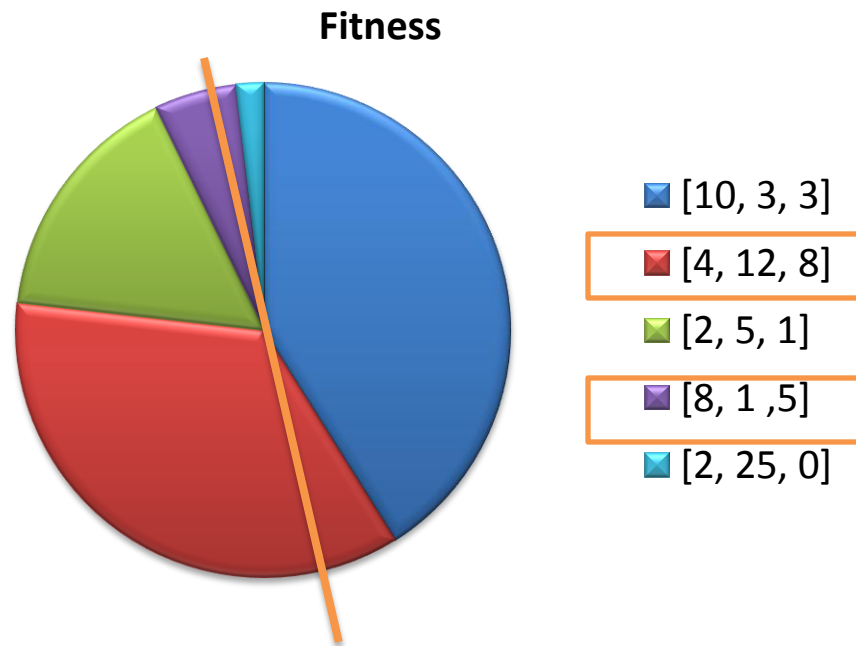
- Selección de individuos para el cruce:

- Selección por ruleta:

- Divide una ruleta (círculo) en tantos sectores como individuos de la población.

- El tamaño de cada sector es directamente proporcional al fitness del individuo al que representa.

Genotipo	Fitness
[10, 3, 3]	2
[4, 12, 8]	5
[2, 5, 1]	16
[8, 1, 5]	22
[2, 25, 0]	25



- Cruce (crossover):
 - Existen muchos operadores de cruce.
 - Su elección depende directamente del tipo de codificación elegida para los individuos de la población.
 - Hay operadores específicos para codificaciones con genotipos binarios y con genotipos reales.
 - Operadores sexuales: intervienen dos progenitores para generar uno o dos individuos descendientes.
 - Operadores asexuales: interviene un único padre y genera un único descendiente.

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Operadores BINARIOS de cruce:
 - Cruce basado en un punto.
 - Intervienen 2 progenitores y generan dos descendientes.
 - Se selecciona una posición, a partir de la cual se intercambian los genes de los progenitores.

Genotipo	Fenotipo
[0 0 1 0 0 1 0 1 0 0 0 1]	$(2*5) - 1$
[1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1]	$(10*3) - 3$

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Operadores BINARIOS de cruce:
 - Cruce basado en un punto.
 - Intervienen 2 progenitores y generan dos descendientes.
 - Se selecciona una posición, a partir de la cual se intercambian los genes de los progenitores.

Genotipo	Fenotipo
[0 0 1 0 0 1 0 1 0 0 0 1]	$(2*5) - 1$
[1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1]	$(10*3) - 3$

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Operadores BINARIOS de cruce:
 - Cruce basado en un punto.
 - Intervienen 2 progenitores y generan dos descendientes.
 - Se selecciona una posición, a partir de la cual se intercambian los genes de los progenitores.

Genotipo	Fenotipo
[001001010001]	$(2*5) - 1$
[101000110011]	$(10*3) - 3$

Genotipo	Fenotipo
[001001010011]	$(2*5) - 3$
[101000110001]	$(10*3) - 1$

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Operadores BINARIOS de cruce:

- Cruce multipunto.

- Intervienen 2 progenitores y generan dos descendientes.

- Se seleccionan varias posiciones, a partir de las cuales se intercambian los genes de los progenitores.

Genotipo	Fenotipo
[001001010001]	$(2*5) - 1$
[101000110011]	$(10*3) - 3$

Genotipo	Fenotipo
[001000110011]	$(2*3) - 3$
[101001010001]	$(10*5) - 1$

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Operadores BINARIOS de cruce:
 - Cruce uniforme.
 - Intervienen 2 progenitores y generan dos descendientes.
 - Se crea una máscara binaria que define el reparto de genes de los progenitores que dará lugar a la descendencia.

Genotipo	Fenotipo
[001001010001]	$(2*5) - 1$
[101000110011]	$(10*3) - 3$
[101000100110]	
Genotipo	Fenotipo
[101001110011]	$(10*7) - 3$
[001000010001]	$(2*1) - 1$

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Operadores REALES de cruce:

- Cruce uniforme.

- Intervienen 2 progenitores y generan dos descendientes.
 - Funciona igual que el cruce uniforme con genotipos binarios.
 - No se crean valores nuevos en el fenotipo, sólo se recombinan.

Genotipo	Fenotipo
[2 5 1]	$(2*5) - 1$
[1 0 3 3]	$(10*3) - 3$

[1 0 1]

Genotipo	Fenotipo
[1 0 5 3]	$(10*5) - 3$
[2 3 1]	$(2*3) - 1$

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Operadores REALES de cruce:

- Cruce plano.

- Intervienen 2 progenitores y generan n descendientes.

- El valor del gen descendiente en la posición i se elige aleatoriamente entre un intervalo delimitado por los genes de los progenitores hallados en la misma posición.

Genotipo			Fenotipo
2	5	1	$(2*5) - 1$
10	3	3	$(10*3) - 3$

[2, 10]

[5, 3]

[1, 3]

Genotipo			Fenotipo
7	4	1	$(7*4) - 1$
3	5	2	$(3*5) - 2$
9	3	1	$(9*3) - 1$

ALGORITMOS GENÉTICOS

○ Operadores REALES de cruce:

○ Cruce combinado o BLX- α .

○ Intervienen 2 progenitores (A y B) y generan n descendientes.

○ Generalización del cruce plano. El valor del gen descendiente en la posición i se elige aleatoriamente entre el intervalo $[A_i - \alpha * H ; B_i + \alpha * H]$, donde $H = |A_i - B_i|$.

	Genotipo			Fenotipo
A	2	5	1	$(2*5) - 1$
B	10	3	3	$(10*3) - 3$

$\alpha = 0,1$

$H = 8$ $H = 2$ $H = 2$
 $X_1 \in [2 - 0,8 ; 10 + 0,8]$ $X_2 \in [5 - 0,2 ; 3 + 0,2]$ $X_3 \in [1 - 0,2 ; 3 + 0,2]$

	Genotipo			Fenotipo
X	10,8	3,1	0,8	$(10,8*3,1) - 0,8$

ALGORITMOS GENÉTICOS

○ Operadores REALES de cruce:

○ Cruce aritmético.

- Intervienen 2 progenitores (A y B) y generan 2 descendientes (X e Y).
- El valor del gen i en el descendiente X resulta de la operación $X_i = r \cdot A_i + (1-r) \cdot B_i$
- El valor del gen i en el descendiente Y resulta de la operación $Y_i = r \cdot B_i + (1-r) \cdot A_i$
- Si $r = 0,5$, el gen resultante es la media aritmética de los progenitores.

	Genotipo			Fenotipo
A	2	5	1	$(2 \cdot 5) - 1$
B	10	3	3	$(10 \cdot 3) - 3$

$r = 0,4$

$$X_1 = 0,4 \cdot 2 + 0,6 \cdot 10 \quad X_2 = 0,4 \cdot 5 + 0,6 \cdot 3 \quad X_3 = 0,4 \cdot 1 + 0,6 \cdot 3$$

$$Y_1 = 0,4 \cdot 10 + 0,6 \cdot 2 \quad Y_2 = 0,4 \cdot 3 + 0,6 \cdot 5 \quad Y_3 = 0,4 \cdot 3 + 0,6 \cdot 1$$

	Genotipo			Fenotipo
X	6,8	3,8	2,2	$(6,8 \cdot 3,8) - 2,2$
Y	5,2	4,2	1,8	$(5,2 \cdot 4,2) - 1,8$

- Operadores de mutación:
 - El operador de mutación se considera opcional, por lo que es posible no encontrarlo en algunas implementaciones.
 - Lleva asociada una probabilidad de mutación, por lo que no se ejecuta en todas las iteraciones del algoritmo genético.
 - Cuando se aplica, produce un cambio aleatorio en un único individuo.
 - Su objetivo principal es añadir capacidad de exploración al algoritmo genético mediante la aleatoriedad.

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Operadores de mutación:

- Mutación uniforme:

- Se aplica tanto a genotipos reales como a binarios.

- Se selecciona un gen aleatoriamente y se muta:

- Si el gen es binario se cambia el 0 por un 1, o viceversa.

- Si el gen es real, se sustituye su valor por otro generado aleatoriamente dentro del dominio de la variable.

Genotipo	Fenotipo
[2 5 1]	$(2*5) - 1$

Genotipo	Fenotipo
[4 5 1]	$(4*5) - 1$

Genotipo	Fenotipo
[001001010001]	$(2*5) - 1$

Genotipo	Fenotipo
[001001010101]	$(2*5) - 5$

ALGORITMOS GENÉTICOS

- Operadores de mutación:
 - Mutación por intercambio:
 - Se aplica tanto a genotipos reales como a binarios.
 - Se seleccionan dos genes y se intercambian de posición.

Genotipo	Fenotipo
[2 5 1]	$(2*5) - 1$

Genotipo	Fenotipo
[001001010001]	$(2*5) - 1$

Genotipo	Fenotipo
[1 5 2]	$(1*5) - 2$

Genotipo	Fenotipo
[001000010101]	$(2*1) - 5$

- Operadores de reemplazo:

- Una vez se ha generado la descendencia, debe reinsertarse en la población.
- Como el tamaño de la población es fijo, algunos miembros de la población deben ser eliminados para dar paso a la descendencia.
- La tasa de reemplazo generacional indica el tamaño de la descendencia obtenida en cada iteración del algoritmo genético y, por lo tanto, el número de individuos de la población que van a ser eliminados.
- Si la tasa de reemplazo es del 100%, el tamaño de la descendencia debe ser igual al tamaño de la población. Una vez generada la descendencia, toda la población es desechada y sustituida por la descendencia.

- Operadores de reemplazo:
 - Si la tasa de reemplazo es inferior al 100%, el algoritmo se denomina SSGA (Steady-State Genetic Algorithm). En este caso, diferentes estrategias pueden llevarse a cabo:
 - Reemplazo de los peores: La descendencia reemplaza a los individuos con peor fitness de la población.
 - Reemplazo aleatorio: Los individuos reemplazados se eligen al azar.
 - Reemplazo por torneo: Se seleccionan grupos de n individuos y el peor de cada uno de ellos es reemplazado por un descendiente.
 - Reemplazo generacional: Los descendientes reemplazan a sus propios progenitores.

- Operadores de reemplazo:
 - Adicionalmente, pueden aplicarse operadores de reemplazo que realizan ajustes en la población de individuos con el fin de favorecer la diversidad genética:
 - Operación de empaquetado: Se eliminan todos los individuos de la población con el mismo fitness, excepto uno.
 - Día del juicio final: Todos los individuos de la población son eliminados, exceptuando al mejor adaptado.
 - Los individuos eliminados mediante estas estrategias son reemplazados por individuos generados aleatoriamente.
 - De esta forma se aumenta la capacidad de exploración en detrimento de la capacidad de explotación del algoritmo genético.

ALGORITMOS GENÉTICOS

○ Ejercicio:

Cruce plano

1

2

3

4

5

0

Genotipo

Fenotipo

0 0 1 0 0 0 2 4 3 0



Genotipo

Fenotipo

0 0 0 4 0 1 2 3 5 0



Genotipo

Fenotipo

ALGORITMOS GENÉTICOS

○ Ejercicio:

Cruce plano

1

2

3

4

5

0

Genotipo										Fenotipo
0	0	1	0	0	0	2	4	3	0	

Genotipo										Fenotipo
0	0	0	4	0	1	2	3	5	0	

Genotipo										Fenotipo
0	0	1	3	0	0	2	4	4	0	

ALGORITMOS GENÉTICOS

○ Ejercicio:

Cruce aritmético $r=0,5$

1

2

3

4

5

0

Genotipo										Fenotipo
0	0	1	0	0	0	2	4	3	0	

Genotipo										Fenotipo
0	0	0	4	0	1	2	3	5	0	

Genotipo										Fenotipo

ALGORITMOS GENÉTICOS

○ Ejercicio:

Cruce aritmético $r=0,5$

1 2 3 4 5 0

Genotipo										Fenotipo
0	0	1	0	0	0	2	4	3	0	

Genotipo										Fenotipo
0	0	0	4	0	1	2	3	5	0	

Genotipo										Fenotipo
0	0	0,5	2	0	0,5	2	3,5	4	0	¿?

ALGORITMOS GENÉTICOS

○ Ejercicio:

Cruce aritmético $r=0,5$

1

2

3

4

5

0

Genotipo

0 0 1 0 0 0 2 4 3 0

Fenotipo



Genotipo

0 0 0 4 0 1 2 3 5 0

Fenotipo



Operador de reparación

Genotipo

0 0 0 2 0 0 2 3 4 0

Fenotipo

